Editoriaal

We hopen jullie met dit nieuwe nummer van Tussen Haakjes weer een beetje in hogere sferen, of beter, in hogere dimensies te kunnen brengen. Zo bieden we jullie ondermeer een bijdrage over het bordspel GO, een spel dat in het Oosten meer aanzien heeft dan schaken bij ons, en daar zeker helpt om een hogere dimensie te geven aan het logisch inzicht. Verder vertellen we jullie ook wat over neutrino's en hogere dimensies, en het verband met de discussie die enige tijd geleden was ontstaan naar aanleiding van een experiment in het CERN. Maar niet alleen moderne fysici dromen van hogere dimensies: het 19de eeuwse "Flatland" vertelt het relaas over een wereld bewoond door geometrische figuren die kennismaken met hogere dimensies.

We hebben nog meer goed nieuws. Door een samenwerking met de centrale alumni-werking van de Universiteit Gent die in de maak is, zal jullie lidmaatschap van QED binnenkort recht geven op alle bijkomende voordelen waarop betalende alumni-leden van de universiteit recht hebben, zoals kortingen op bepaalde sportieve en culturele evenementen. We zullen jullie hiertoe via email op de hoogte houden. (Leden die nog geen email-adres doorgegeven hebben, roepen we dan ook op om dit spoedig te doen op onze website `http://qed.ugent.be/gegevens`.) Op die manier komt ook het QED-lidmaatschap in een hogere dimensie terecht!

Inhoudsopgave

Veel leesplezier!

TDM, HV

Bevriende getallen

NIET ALLEEN wij kunnen bevriend zijn met elkaar; ook getallen kunnen dat. Zij het dan op een heel andere manier dan wij dat doen.

Twee verschillende getallen zijn vriendjes van elkaar als de som van de echte delers van het ene getal gelijk is aan het andere, en als tegelijk de som van de echte delers van dat andere getal gelijk is aan het eerste. Het kleinste paar bevriende getallen is $(220, 284)$, want

$$\begin{aligned}284 &= 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110\,,\\ 220 &= 1 + 2 + 4 + 71 + 142\,.\end{aligned}$$

De kleinste vijf paren bevriende getallen zijn

$$(220, 284), (1184, 1210), (2620, 2924), (5020, 5564) \text{ en } (6232, 6368)\,.$$

Het begrip is vrij nauw verwant aan dat van een *perfect getal*, i.e. een getal dat gelijk is aan de som van zijn echte delers. Een perfect getal is dus als het ware een getal dat bevriend is met zichzelf. (Een beetje zielig toch, niet?)

Zelfs de volgelingen van Pythagoras in het oude Griekenland waren al gefascineerd door bevriende getallen. In het jaar 850 kwam Thabit ibn Qurra, een Arabisch sterren- en wiskundige, met een formule om bevriende getallen te genereren. Kies een natuurlijk getal n, en bereken

$$\begin{aligned}p &= 3 \cdot 2^{n-1} - 1\,,\\ q &= 3 \cdot 2^{n} - 1\,,\\ r &= 9 \cdot 2^{2n-1} - 1\,.\end{aligned}$$

Indien p, q en r alle drie priem blijken te zijn, dan vormen $a = 2^n pq$ en $b = 2^n r$ een paar bevriende getallen. Voor n gelijk aan 2, 4 of 7 schiet Thabit's formule raak, en geeft aanleiding tot de bevriende paren

$$\begin{aligned}(220, 284) \text{ voor } n &= 2\,,\\ (17296, 18416) \text{ voor } n &= 4\,,\\ \text{en } (9363584, 9437056) \text{ voor } n &= 7\,.\end{aligned}$$

Jammer genoeg voor Thabit is er geen enkele andere waarde van n gekend zodat de overeenkomstige waarden voor p, q en r tegelijk priem zijn.

De formule van Thabit werd uitgebreid door Euler. Kies twee natuurlijke getallen m en n, en bereken

$$\begin{aligned} p &= (2^{n-m}+1)\cdot 2^m - 1\,, \\ q &= (2^{n-m}+1)\cdot 2^n - 1\,, \\ r &= (2^{n-m}+1)^2\cdot 2^{n+m} - 1\,. \end{aligned}$$

Indien p, q en r alle drie priem blijken te zijn, dan vormen $a = 2^n pq$ en $b = 2^n r$ een paar bevriende getallen. Thabit's formule komt precies overeen met het geval $m = n - 1$. Maar ook Euler's formule heeft in de praktijk niet veel succes, want hoewel de formule er veel algemener uitziet, zijn er maar twee bijkomende paren gekend die uit Euler's formule volgen, met name

$$(2172649216, 2181168896) \text{ voor } m = 1 \text{ en } n = 8\,,$$

en

$$\begin{aligned} &(2724918040393706557785752240819405848576, \\ &\qquad 2724918040396184856306258038787235905536) \\ &\qquad\qquad \text{voor } m = 29 \text{ en } n = 40\,. \end{aligned}$$

Nochtans zijn er intussen behoorlijk veel bevriende getallen gekend, en daar zit onze vriend de computer natuurlijk voor iets tussen. Zo waren er in 2007 reeds 12 miljoen dergelijke paren gekend, hoewel er slechts 5001 dergelijke paren zijn waarbij beide vriendjes kleiner zijn dan $3\cdot 10^{11}$.

Het kleinste bevriende paar $(220, 284)$ zie je trouwens hier en daar wel opduiken. Zo staat in Genesis 32:14 te lezen dat Jakob zijn broer 220 geiten geeft, en volgens mystici was dat een verborgen geheime overeenkomst. Een andere interessante anekdote: een arme arabier uit de elfde eeuw schreef dat hij een erotische test had uitgevoerd waarbij hij iets at dat was gemerkt met 284, terwijl iemand anders iets doorslikte dat was gemerkt met 220. Het is echter niet bekend wat het resultaat van het experiment was …

TDM

Referenties

[1] Clifford A. Pickover, "Het wiskunde boek", Librero b.v. (Nederlandstalige editie), 2010. Vertaald uit het Engels ("The Math Book", 2009.)

[2] http://en.wikipedia.org/wiki/Amicable_numbers

Shoe/By Jeff MacNelly

Shoe by *MacNelly*

Het bordspel GO

Historische en culturele achtergrond

Hoewel GO bij ons niet zo bekend is, geniet het spel in Azië een hoger aanzien dan schaken bij ons. Het spel wordt in de derde eeuw voor Chr. al (onder de naam *yì*) vermeld in de geschriften van Confucius als een vermakelijk tijdverdrijf. In de daaropvolgende eeuwen verwierf het in China zo'n cultureel aanzien dat jonge Chinezen zelfs studiebeurzen voor de kunst van het GO-spel konden krijgen, naast beurzen voor dichtkunst, schilderkunst (waartoe ook kalligrafie gerekend werd) en muziek.

Pas vanaf de achtste eeuw na Chr. drong GO ook in Japan door, waar het na enkele eeuwen een nog grotere faam genoot dan in China. In 1603 benoemde de Japanse regering zelfs de beste speler van het moment tot GO-minister en werden vier gesubsidieerde GO-scholen opgericht. GO spelen was een vaardigheid waarvan de kneepjes van generatie op generatie doorgegeven en verfijnd werden. Hoewel de GO-minister en de GO-scholen vandaag niet meer bestaan, geniet GO in Azië nog steeds een groot cultureel aanzien. Hiervan getuigt de Nobelprijs voor literatuur die in 1968 toegekend werd aan Kawabata Yasunari voor zijn boek *De GO-meester* 'wegens zijn meesterlijke verteltalent dat op gevoelige wijze het wezen van het Japanse denken blootlegt'. Vanuit Japan is het spel in de 20ste eeuw in het westen bekend geraakt.

Aan GO-spelers wordt een niveau toegekend volgens hetzelfde systeem als de traditionele Japanse gevechtssporten: een beginner krijgt niveau *25 kyu* en kan dan opklimmen via *24 kyu*, ..., tot *1 kyu*. Vanaf het volgende niveau, *1 dan* genaamd, wordt de speler als volleerd beschouwd (dit niveau correspondeert met een zwarte gordel in de gevechtssporten). De professionele speler kan dan verder opklimmen tot *9 dan* (het hoogste niveau). Spelers van verschillende niveau's kunnen toch spannende partijen tegen mekaar spelen doordat aan de zwakste speler een aantal stenen voorsprong gegeven wordt. Het verschil in ranking is gelijk aan het aantal zulke zgn. *handicap*-stenen.

Er zijn vandaag meer dan 1500 Aziaten die van GO hun beroep gemaakt hebben. Ze bekampen mekaar in internationale tornooien waarvan het prijzengeld niet moet onderdoen voor dat van het professionele tennis in het westen. Het Taiwanese Ing Fonds richt jaarlijks een tornooi in voor kinderen tot 12 jaar en een tornooi voor computerprogramma's. Ook looft ze een prijs uit van ongeveer 1 miljoen dollar voor de eerste keer dat het winnende programma het winnende kind kan verslaan. Hoewel deze prijs al meer dan 20 jaar bestaat, is ze nog nooit uitgereikt! Het wordt dan ook algemeen als zeer moeilijk beschouwd om computers op een hoog niveau GO te laten spelen.

De spelregels

De betekenis van het Japanse GO is *omsluitbordspel*. Een van de aspecten die GO interessant maakt, is het feit dat een minimaal aantal eenvoudige regels een zeer rijk en complex spel voortbrengen.

Regel 1. Twee spelers, zwart en wit, plaatsen om de beurt een steen van hun kleur op een aanvankelijk leeg bord.

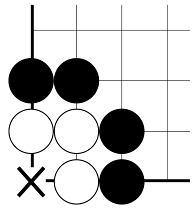
Het bord bestaat uit een vierkant rooster van 19×19 mogelijke posities. Traditioneel wordt op de hoekpunten van het rooster gespeeld. Beginnende spelers wordt meestal aangeraden eerst op een kleiner bord (bijv. 9×9) te spelen.

Regel 2. Een groep stenen die omsingeld ligt door stenen van de tegenspeler, wordt van het bord genomen.

Van het bord genomen stenen worden *gevangenen* genoemd. Meer precies is een *groep stenen* een aantal stenen die via een horizontaal en/of verticaal pad met elkaar verbonden liggen; een groep is omsingeld als ze geen *vrijheden*, d.w.z. (horizontale of verticale) uitbreidingsmogelijkheden heeft. Soms gebeurt het dat door een zet van een speler zowel een groep van de tegenspeler omsingeld ligt als een eigen groep (zie Figuur 1). In dat geval wint de aanvaller en wordt de groep van de tegenspeler gevangengenomen.

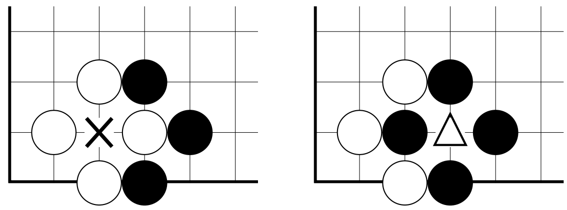
Regel 3. (KO-regel.) Het is verboden een zet te spelen die leidt tot een opstelling die al eerder in de partij voorkwam.

Deze regel is ingevoerd om te vermijden dat een partij eeuwig blijft duren. In de praktijk doet een KO zich bijna alleen voor in de situatie zoals te



Figuur 1: De drie witte stenen vormen een groep. Twee zwarte groepen omsingelen haar bijna volledig. Als zwart in de (met × gemarkeerde) hoek speelt, verliest de witte groep haar laatste vrijheid, en wordt ze gevangengenomen. Voor wit betekent in de hoek spelen zelfmoord.

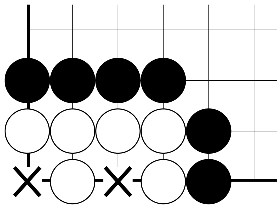
zien is in Figuur 2 (traditionele regels beperken zich dikwijls tot deze en een paar andere zeldzame situaties, en dekken in principe niet alle gevallen die kunnen optreden).



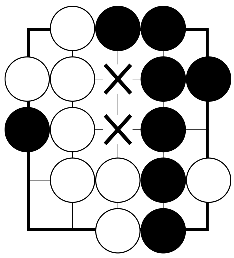
Figuur 2: Zwart speelt op × en vangt een witte steen. Wit mag dan niet meteen terugslaan door op △ te spelen, omdat dan dezelfde positie ontstaat als de zet voordien. Na eerst elders te spelen, mag wit wel op △ spelen: door de andere zetten ontstaat dan immers (bijna altijd) een positie die nog niet eerder voorkwam. Als wit dit zgn. KO-gevecht wil winnen, moet wit elders een zet (zgn. KO-dreiging) vinden die een antwoord van zwart vereist, om de daaropvolgende zet op △ te kunnen spelen.

Regel 4. De partij eindigt als beide spelers passen. Het aantal punten voor zwart (resp. wit) is het aantal door zwart (resp. wit) bezette of omsingelde posities op het bord. De speler met de meeste punten wint.

Een gevolg van de regels is dat sommige groepen (bij verstandig spelen) niet omsingeld kunnen worden (zie Figuur 3). Zulke groepen worden *levend* genoemd.



Figuur 3: De witte groep leeft, want om haar te omsingelen zou zwart nog op de twee gemarkeerde posities moeten spelen. Elk van die zetten is echter een zelfmoordzet voor zwart. De twee gemarkeerde posities worden ogen *van de witte groep genoemd. (Wit kan steeds vermijden zich de ogen uit te steken door elders te spelen, of desnoods te passen.)*



Figuur 4: In deze partij (op een fictief 5×5*-bord) is de strijd gestreden. De groepen die uit één steen bestaan, moeten nog geslagen worden en het neutrale (gemarkeerde) gebied veroverd. Vanaf dan kunnen beide spelers geen punten meer winnen, en kunnen ze vermijden dat ze nog punten verliezen. Wit wint met één punt.*

Varianten in de puntentelling

De puntentelling in Regel 4 is in feite de traditionele Chinese puntentelling. In de praktijk wordt men vaak geconfronteerd met andere puntentellingen, wat bij beginnende spelers tot verwarring kan leiden. Men begon het namelijk vervelend te vinden dat men situaties volledig moet uitspelen waarvan de uitkomst eigenlijk gekend is, alvorens men kan overgaan tot de puntentelling. Bovendien liggen er op het einde van een partij enkele honderden stenen op het bord. Vandaar wordt meestal de modernere Japanse puntentelling gebruikt (ook GO-spelers zijn lui):

Regel 4′. De partij eindigt als beide spelers passen. Dode stenen (d.w.z., stenen die geen deel uitmaken van een levende groep) worden van het bord gehaald en als gevangenen beschouwd. Het aantal punten voor zwart (resp. wit) is het aantal door zwart (resp. wit) omsingelde (maar niet bezette) posities min het aantal gevangen zwarte (resp. witte) stenen. De speler met de meeste punten wint.

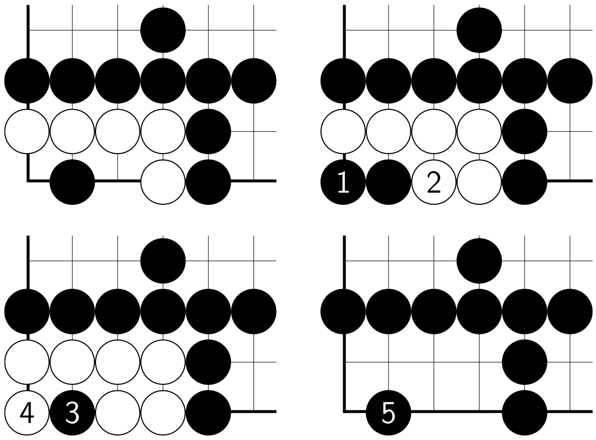
Inderdaad, als zwart en wit in de partij beiden evenveel (laat ons zeggen k) stenen spelen (wat zo is als de partij een even aantal zetten heeft en beide spelers in de partij evenveel keer passen), dan kunnen we k van de punten van beide spelers aftrekken. Omdat k dan juist het aantal zwarte (resp. witte) stenen op het bord plus het aantal zwarte (resp. witte) gevangenen is, zijn beide puntentellingen dan equivalent.

In de praktijk gebeurt passen alleen op het einde als er geen punten meer te winnen zijn, en men enkel punten kan verliezen door ofwel in het eigen gebied te spelen, ofwel dode stenen in vijandelijk gebied te spelen, zodat de Japanse en de Chinese puntentelling in de praktijk hoogstens 1 punt verschillen. Het nadeel van de Japanse puntentelling is dat ze afhangt van het feit of een groep levend of dood is. Als de spelers het oneens zijn over de status van een groep aan het eind van de partij, dan is de Japanse regel dat de theoretische status van de groep bepaald wordt (door de situatie uit te redeneren). Omdat dit in theorie willekeurig complex kan zijn, wordt tegenwoordig de volgende 'westerse' regel aan Regel 4′ toegevoegd (ze wordt o.a. gebruikt voor tornooien georganiseerd door de Britse en Amerikaanse GO Federaties):

Regel 5. Passen kost één punt. Zwart begint de partij; de laatste speler die aan zet is, is wit (waarbij 'passen' ook als een zet beschouwd wordt). Bij een dispuut over de status van een groep aan het eind van de partij, speelt men verder tot de situatie duidelijk is.

Met Regel 5 wordt de Japanse puntentelling volledig equivalent met de Chinese (m.a.w., Regels 1, 2, 3, 4, 5 zijn equivalent met Regels 1, 2, 3, 4′, 5): met Regel 5 is de score (het verschil in punten tussen zwart en wit) immers stabiel onder verder spelen in een gebied waarvan de status bepaald is (zolang men zo verstandig speelt dat de status van de groep niet verandert, zie Figuur 5). Zonder Regel 5 is dit (ook in de praktijk) niet het geval, waardoor de Japanse regels niet kunnen toelaten dat disputen gewoon uitgespeeld worden.

Meer over GO kan je vinden op de Wikipedia-pagina [1]. In de praktijk hoef je je niet te bekommeren om de subtiele verschillen tussen de



Figuur 5: De witte groep in het eerste diagram is dood. (We nemen hier aan dat de zwarte groep leeft.) Als wit dit niet gelooft, dan kunnen we de situatie uitklaren door verder te spelen (de cijfers geven de opeenvolgende zetten aan in een vervolg waarin wit zo lang mogelijk weerstand biedt, maar toch het onderspit moet delven). Volgens de Japanse Regel 4′ levert de situatie in het eerste diagram aan zwart 7 punten gebied + 5 witte gevangenen op. De bijdrage tot de score is dus 12 punten voor zwart. Met de westerse Regel 5 is dit nog steeds zo in het vierde diagram: zwart heeft hier 7 punten gebied + 7 witte gevangenen − 3 zwarte gevangenen + 1 punt omdat wit de laatste zet moet doen (en hier past).

verschillende puntentellingen die hierboven uiteengezet werden. Een onderhoudende manier om de smaak van het spel te pakken te krijgen, is de interactieve web-pagina [2].

HV

Referenties

[1] http://en.wikipedia.org/wiki/Go_(game)

[2] http://playgo.to/iwtg/en/

Over neutrino's en hogere dimensies

Ik hoop dat jullie het me niet kwalijk nemen dat er ook eens wat fysica in Tussen Haakjes opduikt. Er is niet zo lang geleden echter heel wat te doen geweest om neutrino's die de wetten van de causaliteit lijken te tarten, en aangezien het boek van de natuur in de taal van de wiskunde geschreven is, is er geen reden waarom wij wiskundigen eens geen blik zouden mogen werpen op dit vraagstuk.

Het experiment. Eerst wat achtergrond: deeltjesfysici maken neutrino's aan in CERN door middel van botsingen tussen hoogenergetische deeltjes. Die neutrino's worden vervolgens gedetecteerd in Gran Sasso, 733 kilometer verder. De afgelopen jaren is er intensief onderzoek gedaan naar de snelheid waarmee neutrino's zich verplaatsen, omdat we zo iets over hun rustmassa te weten kunnen komen. Voor zover ik kan nagaan (ik ben zelf geen fysicus) is de consensus dat neutrino's een kleine massa hebben, waardoor hun snelheid volgens de relativiteitstheorie onder de snelheid van het licht moet liggen.

De relativiteitstheorie laat niet echt ruimte voor dingen die zich vlugger bewegen dan het licht, en laat dit nu precies zijn wat het OPERA-experiment beweert ontdekt te hebben. De experimentele fysici detecteerden de neutrino's in Italië 60 nanoseconden vroeger dan verwacht, met een standaardafwijking van 10 nanoseconden. Ervan uitgaande dat de meetfouten onafhankelijk van elkaar zijn, is de kans dat dit resultaat, dat 6 standaardafwijkingen van de verwachte waarde ligt, van de grootteorde van 1 op 500 miljoen. Het is natuurlijk niet uit te sluiten dat er ergens een systematische fout verscholen zit die deze kans significant vergroot: het OPERA-experiment geeft dat ook toe en hoedt zich ervoor om uit deze data al te vergaande conclusies te trekken. De laatste regel van hun artikel luidt "We deliberately do not attempt any theoretical or phenomenological interpretation of the results."

Als theoreticus sta ik steeds verwonderd van de ongelooflijke nauwkeurigheid waarmee deze experimenten uitgevoerd worden. Om de 16111 neutrino's te genereren die in Gran Sasso gedetecteerd werden, moest men maar liefst 10^{20} protonen op elkaar laten knallen! Verder is de afstand CERN-Gran Sasso gekend met een nauwkeurigheid van 20 centimeter, wat ongeveer 0.67 nanoseconde verschil oplevert in de foutmarge van 10 ns (de overige 9 ns bestaan vooral uit meet- en calibratiefouten).

Het artikel van de OPERA-samenwerking is overigens erg goed leesbaar en een aanrader voor diegenen die hier wat dieper willen op ingaan.

Het is natuurlijk niet verwonderlijk dat de OPERA-resultaten heel wat stof deden opwaaien. In tegenstelling tot wat in de dagelijkse pers gemeld wordt, zijn er echter maar weinig fysici die nu meteen beginnen twijfelen aan de relativiteitstheorie. De meesten schijnen te verwachten dat deze anomalie uiteindelijk toch door meet- en andere machinefouten verklaard zal worden, en sommigen komen met theoretische en experimentele verklaringen waarom tachyonische deeltjes gewoon niet koosjer kunnen zijn. Andrew Cohen en Sheldon Glashow berekenden dat superluminale neutrinos veel van hun energie zouden verliezen door het uitsturen van fotonen en electron-positron paren, net zoals neutronen in een kernreactor hun energie verliezen in het koelwater dat dan blauw opgloeit (het zogenaamde Cherenkov-effect, dat in de cursus Elektromagnetisme besproken wordt).

Warp drives? Als wiskundigen zijn we echter niet gebonden aan de realiteit en kunnen we naar hartelust luchtkastelen bouwen: wat als tachyonische neutrino's toch zouden bestaan? Zou dat warp drives en teletijdmachines mogelijk maken?

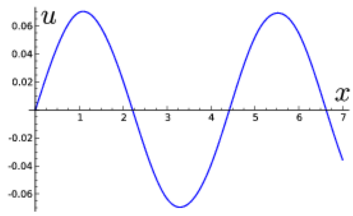
Eén mogelijkheid die mij sterk aantrekt is dat tachyonische deeltjes erop wijzen dat ons vierdimensionaal universum ingebed is als een oppervlak in een hoger-dimensionale ruimte, de zogenaamde *brane-world* scenario's. In deze ruimte zijn de wetten van Einstein nog steeds geldig, maar de lichtsnelheid kan er anders zijn dan in ons universum. Deeltjes kunnen zich dan vanuit ons oogpunt sneller dan het licht voortbewegen door even uit ons universum te stappen, en als kosmische kite-surfers zich in de omringende ruimte voort te bewegen, om vervolgens terug te keren naar ons universum (zie figuur links).

De details zijn misschien iets rommelig voor een kort artikel, maar met wat differentiaalmeetkunde kunnen we dat als volgt voorstellen. We nemen aan dat ons universum, met coordinaten (t, x, y, z) ingebed is in een vijf-dimensionale ruimte (met extra coordinaat u) en voor de volledigheid nemen we aan dat wij leven in het hyperoppervlak gegeven door

$u = 0$. In ons universum meten we afstanden en tijdsintervallen met de Minkowski-metriek $ds^2 = dt^2 - c^{-2}(dx^2 + dy^2 + dz^2)$, met c de lichtsnelheid, terwijl de metriek in het vijf-dimensionaal universum gegeven is door

$$ds^2 = dt^2 - \alpha(u)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2) - du^2.$$

Dit is een voorbeeld van een zogenaamde *warp-metriek*: we nemen een standaard-metriek en "vervormen" het ruimtelijke deel met de factor $\alpha(u)$. We postuleren dat $\alpha(0) = 1/c$, zodat we voor $u = 0$ de gekende Minkowski-metriek terugkrijgen. Over het algemeen is $1/\alpha(u)$ een maat voor de lichtsnelheid in de oppervlakken van constante u, de universa parallel aan het onze. Als nu $\alpha(u) < \alpha(0)$, dan neemt de lichtsnelheid gestaag toe naarmate we ons verder van ons eigen universum, $u = 0$, begeven. In sommige gevallen wordt het dan zelfs mogelijk dat het kortste of langste pad tussen twee punten in ons universum niet volledig in ons universum ligt.



Op de figuur rechts is dat wat aanschouwelijker voorgesteld: je ziet er een typische geodetische kromme van deze metriek voor de keuze $\alpha(u) = 1 - u^2$ (waar ik voor het gemak $c = 1$ heb genomen) en we hebben enkel de x-coordinaat geplot tegenover de u-coordinaat, die de afstand tot ons universum voorstelt. De beginvoorwaarden zijn zo gekozen dat het deeltje vanuit de oorsprong vertrekt in ons universum, met snelheid $\dot{x}(0) = 1$ in de x-richting, en een klein duwtje in de u-richting ($\dot{u}(0) = 0.1$). Het deeltje blijkt dan te oscilleren rondom ons universum, en duikt op geregelde tijdstippen ($t = 2.2, 4.4, \ldots$) in onze realiteit weer op.

Elementaire deeltjes met een beginsnelheid in de richting "loodrecht" op ons universum bewegen dus voor een zekere tijd weg van ons universum, tot ze uiteindelijk naar ons terug gereflecteerd worden. Met elke oscillatie in de u-richting leggen ze een grotere afstand af dan indien ze zich met de lichtsnelheid in ons universum zouden voortbewegen en met enige zin voor overdrijving kunnen we stellen dat ze zich "sneller dan het licht" voortbewegen. Einstein mag echter gerust zijn: er is nog steeds voldaan aan de wetten van de algemene relativiteit, maar nu in een iets algemener kader.

De vraag die ons dan rest is of scenario's zoals hetgeen hierboven beschreven is, ook fysisch mogelijk kunnen zijn. Het antwoord is een voorzichtig neen: de metrieken die je zo bekomt (althans in 5 dimensies) kunnen enkel voorkomen in universa gevuld met exotische materie, waarvan (bijvoorbeeld) de dichtheid negatief is en die dus op het eerste zicht niet fysisch zijn. Verder blijkt ook dat deze geodeten niet "speciaal" genoeg zijn om het soort wonderbaarlijke scenario's mogelijk te maken waar we als sci-fi liefhebbers allemaal van houden. Wanneer we het aantal dimensies verder verhogen, blijkt er echter wel genoeg speelruimte te zijn om dit scenario fysisch aannemelijk te maken. Ook meer geavanceerde fysische theorieën (zoals supersnaartheorieën) vragen om meer dimensies, zodat hogere dimensies helemaal niet uit te sluiten vallen. Wat er dus ook moge gebeuren met de resultaten van OPERA, er staan ons interessante fysische inzichten te wachten!

Referenties

[1] *Measurement of the neutrino velocity with the OPERA detector in the CNGS beam.*
`http://arxiv.org/pdf/1109.4897v1`

[2] Andrew G. Cohen, Sheldon L. Glashow. *New Constraints on Neutrino Velocities.*
`http://arxiv.org/abs/1109.6562`

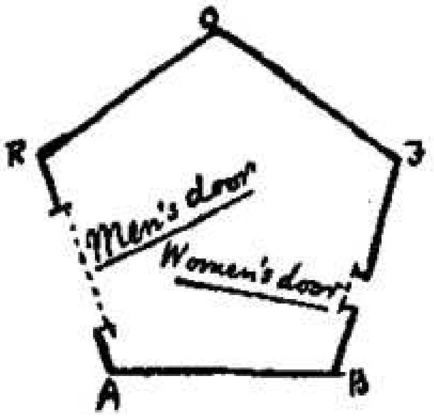
[3] H. Päs, S. Pakvasa, J. Dent, T. J. Weiler. *Closed timelike curves in asymmetrically warped brane universes.*
`http://arxiv.org/abs/gr-qc/0603045`

Flatland: A romance of many dimensions

In 1884 publiceerde de Engelse schoolmeester en theoloog Edwin Abbott Abbott (deze herhaling is geen drukfout) een satirische novelle met de naam "Flatland: A romance of many dimensions." Geschreven onder het pseudoniem "A. Square", gebruikte Abbott Flatland om een kritiek te geven op de sociale hiërarchie van de Victoriaanse cultuur. Abbott schreef meer dan 50 boeken, maar zijn platste werd het best onthouden.

Flatland is bewoond door allerlei geometrische figuren zoals lijnstukken en reguliere veelhoeken van verschillende omvangen en gonaliteiten. De verteller, een gewoon vierkant, leidt de lezer door het leven in twee dimensies. (Overigens is de naam "A. Square" een verwijzing naar de uitdrukking "A2", de titel van een toneelstuk over de auteur zijn vreemde naam.) In het vlak van Flatland wonen onder andere niet-regelmatige gelijkbenige driehoeken, de lagere klasse die opkijkt naar gelijkzijdige driehoeken, en naar andere regelmatige veelhoeken. Hoe groter het aantal zijden van de veelhoek, hoe groter de hoeken, wat een blijk is van intelligentie en hogere sociale status. Het hoogste ideaal is, uiteraard, een cirkel. Kinderen hebben een groter aantal zijden dan hun ouders, en de voortplanting bewerkstelligt dus het circulaire ideaal.

Maar dit alles geldt enkel voor mannen. Want vrouwen zijn slechts lijnstukken — ze hebben hoeken van 0 graden, en hebben dus een lage intelligentie. Maar ze zijn ook best gevaarlijk want de uiteinden zijn erg scherp. (Overigens dient het opgemerkt dat Abbott een fervent voorvechter van vrouwenrechten was, en op die manier een aanklacht aanbracht.) In Flatland worden status en intelligentie dus bepaald door de vorm.



Figuur 1: Een huis in Flatland

Na een omvangrijke beschrijving van het vlakke land, begint het eigenlijke verhaal. A. Square droomt over een 1-dimensionale wereld, bevolkt door punten en lijnsegmenten, waarin de koning het segment is met de grootste lengte. Het vierkant tracht, tevergeefs, de koning aan het licht te brengen dat er hogere dimensies bestaan. De volgende dag wordt A. Square zelf bezocht door een sfeer, in de vorm van een cirkel die naar wens zijn omtrek continu kan veranderen in lengte. A. Square begint te beseffen dat waar de 1-dimensionale wereld maar een 1-dimensionaal stukje is van Flatland, ook Flatland zelf slechts een 2-dimensionale snede is van een 3-dimensionale wereld, enzoverder. De sfeer neemt dit laatste "enzoverder" echter niet — de verlichten zijn blijkbaar maar in die mate verlicht indien ze projecteren. Uiteindelijk begint A. Square zijn visie te preken naar de menigte toe, en wordt daarvoor bestraft met levenslange opsluiting. En zo schrijft hij, zeven jaren later, zijn relaas vanuit de cel.

KT